

## Journal of Mining and Earth Sciences

Website: <https://jmes.humg.edu.vn>

# Application of Wavelet Filtering for continuous GNSS signals and comparison with Kalman Filtering



Khanh Quoc Pham\*

Hanoi University of Mining and Geology, Hanoi, Vietnam

### ARTICLE INFO

#### Article history:

Received 17<sup>th</sup> Dec. 2025

Revised 1<sup>st</sup> Apr. 2026

Accepted 21<sup>st</sup> Apr. 2026

#### Keywords:

Continuous GNSS,

ENH,

Multipath noise.

Kalman,

Wavelet.

### ABSTRACT

Wavelet filtering is now effectively applied in many fields such as denoising audio signals, medical signals, GNSS; filtering and analyzing biological signals... thanks to its ability to separate noise, preserve signal characteristics, and handle both time and frequency domains well. In this study, we investigate Wavelet filtering for continuous GNSS data (ENH coordinate series) collected in Vietnam, with the aim of reducing GNSS signal noise to improve the accuracy of continuous GNSS measurements for monitoring structural displacement. The filtering results using Daubechies-4 Wavelet (db4) show that this method can be fully utilized for GNSS data filtering. Accuracy indicators such as standard deviation, root mean square error, and mean absolute error decreased by a maximum of 12.58% and a minimum of 1.07%. Compared to Kalman filtering in terms of noise reduction and stability of the filtered data series, Wavelet-db4 is more effective in smoothing signals after filtering but less effective than Kalman filtering in prediction capability. Specifically, the standard deviation of Wavelet-db4 is 9.9% lower, and the root mean square error is 9.5% lower than Kalman filtering; mean absolute error is similar, while data dispersion after filtering is 3.4% lower with Kalman. Therefore, to achieve better results when filtering continuous GNSS data, the two filtering methods can be combined.

Copyright © 2026 Hanoi University of Mining and Geology. All rights reserved.

\*Corresponding author

E - mail: [phamquockhanh@humg.edu.vn](mailto:phamquockhanh@humg.edu.vn)

DOI: 10.46326/JMES.2026.67(3).09



# Ứng dụng Wavelet lọc tín hiệu GNSS liên tục và so sánh với lọc Kalman

Phạm Quốc Khánh\*

Trường Đại học Mỏ - Địa chất, Hà Nội, Việt Nam

## THÔNG TIN BÀI BÁO

Quá trình:

Nhận bài 17/12/2025

Sửa xong 1/4/2026

Chấp nhận đăng 21/4/2026

Từ khóa:

ENH,  
GNSS liên tục,  
Kalman,  
Nhiều đa đường,  
Wavelet.

## TÓM TẮT

Phép lọc Wavelet hiện được ứng dụng hiệu quả trong nhiều lĩnh vực như khử nhiễu tín hiệu âm thanh, tín hiệu y tế, GNSS; lọc và phân tích tín hiệu sinh học, ... nhờ khả năng tách nhiễu, giữ nguyên đặc trưng tín hiệu và xử lý tốt cả miền thời gian lẫn tần số. Trong nghiên cứu này, chúng tôi khảo sát phép lọc Wavelet đối với dữ liệu GNSS liên tục (chuỗi tọa độ ENH) thu thập tại Việt Nam, mục đích là để giảm nhiễu của tín hiệu GNSS nhằm nâng cao độ chính xác đo GNSS liên tục phục vụ quan trắc chuyển dịch công trình. Kết quả lọc bằng Wavelet Daubechies-4 (db4) cho thấy hoàn toàn có thể sử dụng phương pháp này trong lọc dữ liệu GNSS. Các chỉ tiêu đánh giá độ chính xác về độ lệch chuẩn, sai số trung phương, sai số tuyệt đối trung bình giảm lớn nhất là 12,58%, nhỏ nhất là 1,07%. So sánh với lọc bằng Kalman ở khả năng khử nhiễu và tính ổn định chuỗi dữ liệu sau lọc, Wavelet-db4 hiệu quả hơn ở lĩnh vực làm trơn tín hiệu sau lọc nhưng lại không tốt bằng lọc Kalman ở khả năng dự báo. Đó là, độ lệch chuẩn của Wavelet-db4 thấp hơn 9,9%, sai số trung phương thấp hơn 9,5% so với lọc Kalman; sai số tuyệt đối tương đương nhau, còn độ phân tán dữ liệu sau lọc thì Kalman thấp hơn 3,4%. Vì thế, để có kết quả tốt hơn khi lọc số liệu GNSS liên tục có thể kết hợp hai phương pháp lọc với nhau.

© 2026 Trường Đại học Mỏ - Địa chất. Tất cả các quyền được bảo đảm.

\*Tác giả liên hệ

E - mail: phamquockhanh@ humg.edu.vn

DOI: 10.46326/JMES.2026.67(3).09

## 1. Mở đầu

Tín hiệu GNSS (Hệ thống định vị toàn cầu) đóng vai trò quan trọng trong định vị vị trí, khảo sát trắc địa, quản lý tài nguyên và dẫn đường trong nhiều lĩnh vực như giao thông, nông nghiệp, quốc phòng,... Tuy nhiên, chất lượng tín hiệu GNSS thường bị ảnh hưởng bởi các nguồn nhiễu như sai số do tầng điện ly, tầng đối lưu, hiệu ứng đa đường dẫn (multipath) và nhiễu trắng,... dẫn đến giảm độ chính xác trong định vị. Những thách thức này đòi hỏi các phương pháp xử lý tín hiệu phải hiệu quả để cải thiện chất lượng dữ liệu, nâng cao độ chính xác của phép đo. Các kỹ thuật kinh điển như lọc Kalman (KF) có ưu thế mô hình hóa động lực, nhưng thường giả định tuyến tính hoặc nhiễu Gaussian; trong khi nhiễu GNSS ngoài thực địa có tính không dừng, không tuyến tính và có nhiều độ phân giải (Ghaderpour và nnk., 2018; Barthelmes và nnk., 1994). Trên thế giới, phép lọc (hay phép biến đổi) Wavelet, với khả năng phân tích tín hiệu trong cả miền thời gian và tần số, đã chứng minh hiệu quả trong việc lọc nhiễu và xử lý tín hiệu không dừng (Kumar & Foufoula-Georgiou, 1997; Wapenaar và nnk., 2005; Keller, 2004). Wavelet cũng được ứng dụng trong giảm nhiễu đa đường dẫn GNSS khi dùng biến đổi rời rạc với biến đổi thực nghiệm (DWT, EWT) và chọn ngưỡng thích hợp để làm trơn khoảng cách giả hoặc chuỗi tọa độ (Zhong và nnk., 2008; Zulfiqar & Farooq, 2023); Chống nhiễu/giả mạo GNSS: WPT kết hợp lọc thích nghi để khử chirp/ hẹp băng (Wang và nnk., 2014; Li và nnk., 2019); Ước lượng biên độ và ổn định vòng khóa pha khi tín hiệu đi qua tầng điện ly; Phân tích chuỗi GNSS không đều/không dừng (Cucci và nnk., 2023); Ngoài GNSS, wavelet còn được dùng để lọc dữ liệu trọng lực vệ tinh, tích hợp dữ liệu địa vật lý,... (Wapenaar và nnk., 2005; Yuen và nnk., 2002; Tao và nnk., 2021). Ở trong nước, có các nghiên cứu ứng dụng Wavelet trong dự báo phụ tải (Dương N.H. và nnk., 2024), phân tích dữ liệu trọng lực (Dương Q.C.T. và nnk., 2024), lọc tín hiệu điện não (Nguyễn và nnk., 2019), chiết

xuất điểm đặc trưng trên ảnh (Trần, 2017), chưa có nghiên cứu nào nói đến lọc dữ liệu GNSS. Chính vì thế, bài báo tác giả khảo sát phép lọc Wavelet đối với dữ liệu GNSS liên tục (chuỗi tọa độ ENH) thu thập tại Việt Nam, mục đích là để giảm nhiễu của tín hiệu GNSS nhằm nâng cao độ chính xác đo GNSS liên tục phục vụ quan trắc chuyển dịch công trình. Từ đó đưa ra quy trình lọc Wavelet cho chuỗi ENH của GNSS, kết quả lọc được so sánh với lọc Kalman trên cùng một bộ dữ liệu.

## 2. Dữ liệu và phương pháp

### 2.1. Dữ liệu GNSS

Bài báo sử dụng một file đo GNSS liên tục tại Mỏ Lao-Hà Đông-Hà Nội, tín hiệu GNSS được thu với tần suất 01 mẫu/01s, ở đây tác giả chỉ lấy 2.900 mẫu để thực nghiệm. Một đoạn dữ liệu như Hình 1.

Các trường dữ liệu trong file số liệu GNSS như sau:

Cột 1: Mã tin nhắn GPGGA;

Cột 2: Thời gian của trị đo tương ứng (giờ UTC, giờ:phút:giây);

Cột 3: Vĩ độ của điểm đo (độ:phút:phút);

Cột 4: Hướng bắc;

Cột 5: Kinh độ của điểm đo (độ:phút:phút);

Cột 6: Hướng đông;

Cột 7: Trạng thái lời giải (4:fix);

Cột 8: Số lượng vệ tinh sử dụng cho lời giải;

Cột 9: HDOP;

Cột 10: Độ cao;

Cột 11: Đơn vị (m);

Cột 12: Dị thường độ cao;

Cột 13: Đơn vị (m);

Cột 14: Tuổi của bản ghi dữ liệu GNSS;

Cột 15: Mã trạm tham chiếu;

Cột 16: Kiểm tra tính toàn vẹn của NMEA.

Các giá trị tọa độ trong hệ tọa độ trắc địa được chuyển đổi trực tiếp sang hệ tọa độ VN-2000 trong quá trình cài đặt máy thu GNSS trên phần mềm điều khiển bằng số tay.

```
$GPGGA,094125.44,2058.85092434,N,10547.00567314,E,4,26,0.7,11.9003,M,-28.0906,M,02,0*4E
$GPGGA,094125.46,2058.85092440,N,10547.00567265,E,4,26,0.7,11.9016,M,-28.0906,M,02,0*4C
$GPGGA,094125.48,2058.85092399,N,10547.00567310,E,4,26,0.7,11.8996,M,-28.0906,M,02,0*42
$GPGGA,094125.50,2058.85092329,N,10547.00567268,E,4,26,0.7,11.8965,M,-28.0906,M,01,0*41
$GPGGA,094125.52,2058.85092448,N,10547.00567327,E,4,26,0.7,11.9021,M,-28.0906,M,01,0*41
```

Hình 1. File dữ liệu GNSS.

## 2.2. Cơ sở lý thuyết về lọc Wavelet

Lọc Wavelet dùng biến đổi Wavelet rời rạc (DWT) để phân tích tín hiệu thành các thành phần tần số thấp (xấp xỉ) và tần số cao (chi tiết), sau đó loại bỏ nhiễu bằng cách ngưỡng hóa các hệ số chi tiết (Keller, 2004).

- Phân rã tín hiệu:

$$x[n] \xrightarrow{DWT} \{a_j, d_j\} \quad (1)$$

Trong đó:  $a_j$  - hệ số xấp xỉ (low-frequency);  $d_j$  - hệ số chi tiết (high-frequency).

- Ngưỡng hóa (Thresholding):

$$\bar{d}_j = \text{sign}(d_j) * \max(|d_j| - \lambda, 0) \quad (2)$$

Trong đó:  $\lambda$  - giá trị ngưỡng (threshold), thường chọn theo phương pháp Soft-thresholding hoặc Hard-thresholding, ở đây là Soft-thresholding.

- Tái tạo tín hiệu:

$$\hat{x}[n] = IDWT(a_j, \bar{d}_j) \quad (3)$$

Trong đó: IDWT - biến đổi Wavelet ngược để khôi phục tín hiệu sau lọc;  $x[n]$  - tín hiệu gốc;  $a_j, d_j$  - hệ số Wavelet;  $\hat{x}[n]$  - tín hiệu sau lọc.

## 2.3. Một số lưu ý khi sử dụng lọc Wavelet

### 2.3.1. Họ Wavelet

- Haar: đơn giản, tính toán nhanh.
- Daubechies: hỗ trợ nhiều cấp phân rã, giữ được đặc trưng tín hiệu.
- Symlet, Coiflet: cải thiện tính đối xứng và độ mượt.

### 2.3.2. Cấp phân rã

Cấp phân rã (decomposition level) quyết định số lần phân tích tín hiệu. Cấp cao hơn cho phép phân tích chi tiết hơn nhưng tăng độ phức tạp tính toán.

### 2.3.3. Chiến lược ngưỡng

- VisuShrink: ngưỡng cố định dựa trên độ dài tín hiệu.
- SureShrink: ngưỡng tối ưu dựa trên lý thuyết thông tin.
- BayesShrink: ngưỡng thích nghi theo phân phối nhiễu.

## 2.4. Các tiêu chí cơ bản đánh giá đối với lọc Wavelet

- STD (Standard Deviation), độ lệch chuẩn, đo mức độ phân tán của dữ liệu quanh giá trị trung bình:

$$STD = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\bar{x} - x_i)^2} \quad (4)$$

Trong đó:  $x_i$  - giá trị dữ liệu,  $\bar{x}$  - giá trị trung bình.

- RMSE (Root Mean Square Error): Sai số trung phương, đánh giá độ chính xác của tín hiệu sau lọc so với tín hiệu gốc:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{x}_i - x_i)^2} \quad (5)$$

Trong đó:  $x_i$  - giá trị gốc,  $\hat{x}_i$  - giá trị sau lọc.

- MAE (Mean Absolute Error): Sai số tuyệt đối trung bình:

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\hat{x}_i - x_i| \quad (6)$$

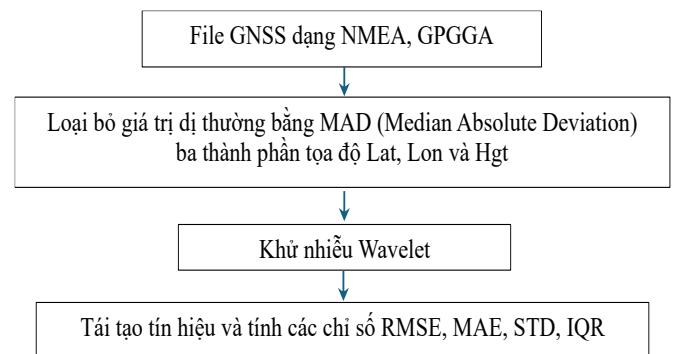
- IQR: Interquartile Range - Độ phân tán dữ liệu sau lọc:

$$IQR = Q_3 - Q_1 \quad (7)$$

Trong đó:  $Q_1$  - phân vị thứ nhất,  $Q_3$  - phân vị thứ ba.

## 2.5. Quy trình thực hiện Wavelet lọc tín hiệu GNSS liên tục

Từ các bước tính toán, xử lý số liệu ở trên có thể đưa ra quy trình thực hiện lọc Wavelet cho tín hiệu GNSS liên tục như Hình 2.



Hình 2. Quy trình thực hiện lọc Wavelet với tín hiệu GNSS liên tục.

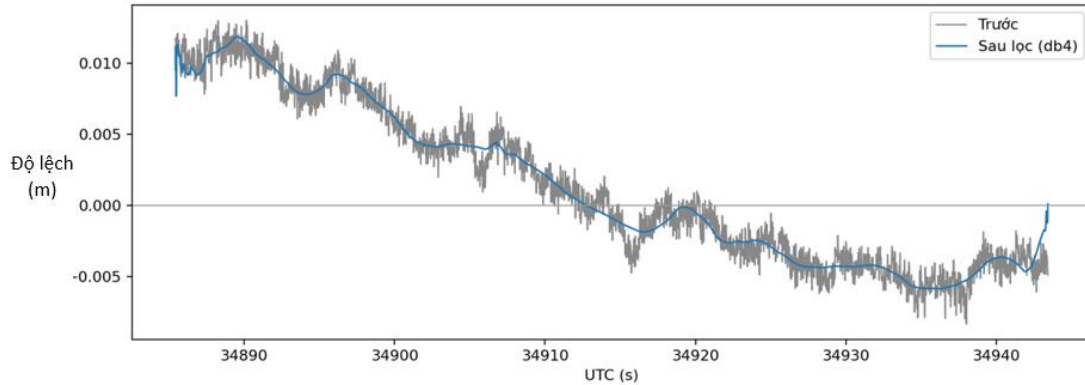
### 3. Thực nghiệm

#### 3.1. Lọc Wavelet bằng db4

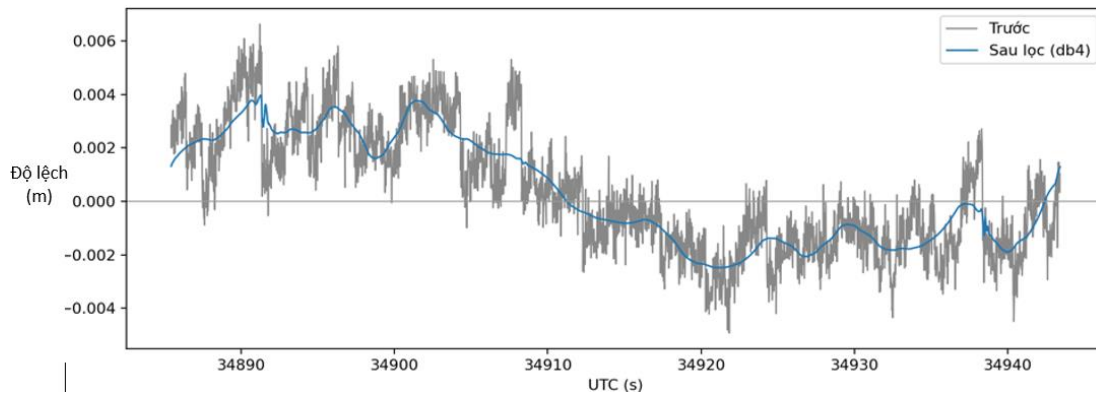
Với tập dữ liệu gồm 2.900 mẫu ở trên, theo (Yusri, 2021) tác giả đã thực hiện lọc Wavelet với họ db4 vì db4 đã đủ để loại bỏ các thành phần hằng + tuyến tính (bậc 0÷1), phù hợp với loại nhiễu chậm thường gặp trong tọa độ GNSS. Ngoài

ra, db4 đáp ứng nhanh, bộ lọc ngắn nên ít méo biên, ít đề lên biến động thật nên bảo toàn được độ thật của tín hiệu. Trong quá trình lọc db4 sử dụng DWT đa mức, ước lượng  $\sigma$  bằng MAD và áp dụng ngưỡng mềm  $\lambda = \sigma\sqrt{2\log(n)}$  ở mỗi mức chi tiết, với  $\sigma$  là độ lệch chuẩn của nhiễu,  $n$  là số lượng điểm dữ liệu.

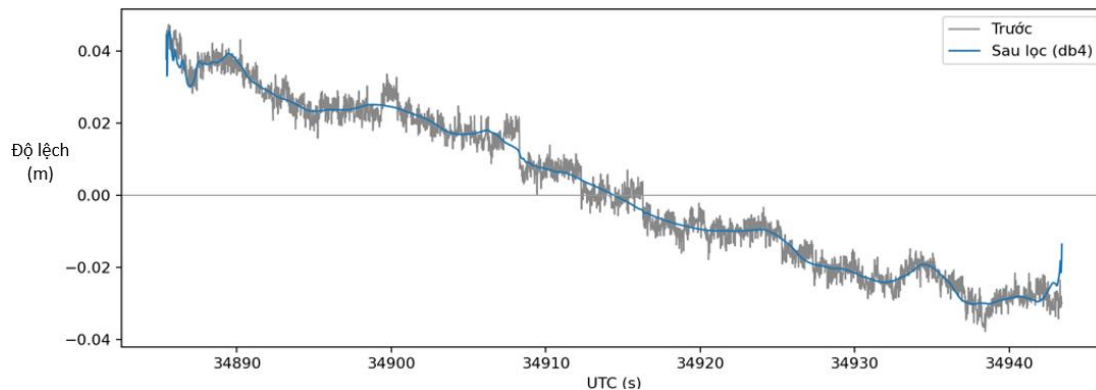
Sau quá trình lọc, thu được kết quả biểu diễn theo biểu đồ như sau:



Hình 3. Biểu đồ so sánh độ lệch tọa độ Lat trước và sau lọc.



Hình 4. Biểu đồ so sánh độ lệch tọa độ Lon trước và sau lọc.



Hình 5. Biểu đồ so sánh độ lệch độ cao Height trước và sau lọc.

- Sai số tọa độ (Hình 3, 4, 5):
- Độ chính xác của các chỉ tiêu sau lọc:
- + Độ lệch chuẩn STD (Hình 6);
- + Sai số trung phương RMSE (Hình 7);
- + MAE (Hình 8).

Qua kết quả thu được với db4 có thể rút ra được một số nhận xét như sau:

- Với dữ liệu chất lượng cao (RTK fixed), sai số vốn nhỏ; sau lọc db4 RMSE/STD giảm nhẹ, rõ nhất ở Lon.

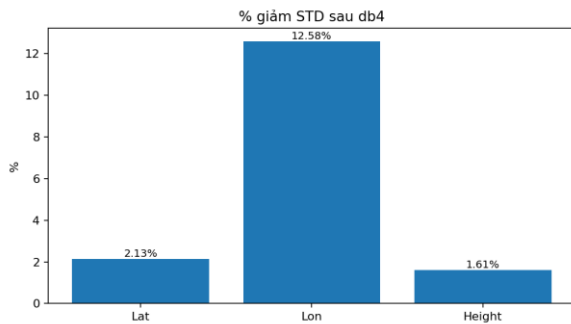
- P95(|err|) sau lọc ổn định, cho thấy db4 chủ yếu khử nhiễu cao tần mà giữ cấu trúc.

- Tương quan |err|–HDOP duy trì (hoặc tăng nhẹ) cho thấy Wavelet không thay đổi được chất lượng hình học vệ tinh chi phối lỗi.

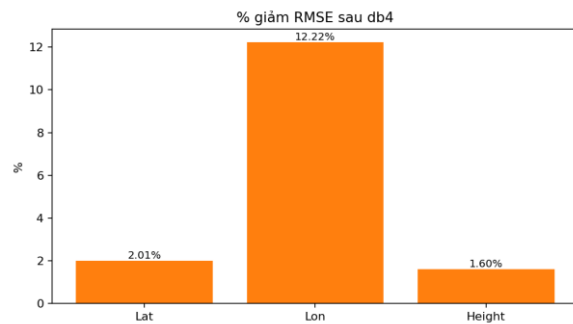
### 3.2. So sánh Daubechies-4 với lọc Kalman

Vẫn với bộ dữ liệu ở trên, chúng tôi tiến hành so sánh kết quả giữa lọc Wavelet db4 với lọc Kalman để đánh giá hiệu quả của từng phương pháp. Kết quả lọc được biểu diễn qua biểu đồ sau:

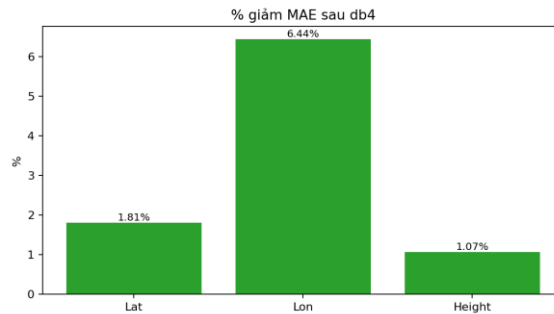
- Vĩ độ (Lat): Hai phương pháp gần như tương đương, db4 cao hơn một chút về RMSE/STD (~1,5÷1,6%), còn Kalman có IQR thấp hơn ~2,8% (Hình 9).



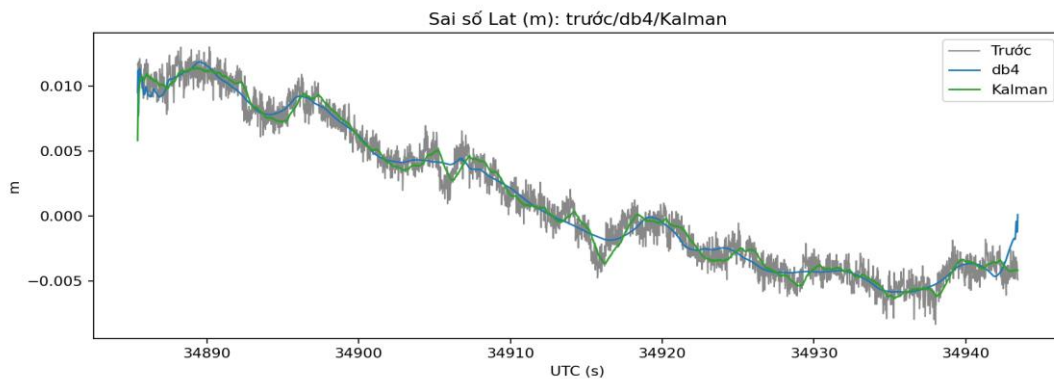
Hình 6. Mức độ giảm STD sau lọc db4.



Hình 7. Mức độ giảm RMSE sau lọc db4.



Hình 8. Mức độ giảm MAE sau lọc db4.

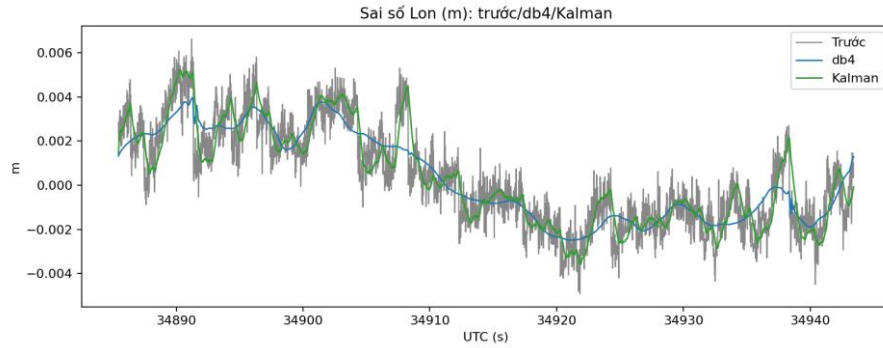


Hình 9. Biểu đồ so sánh sai số Lat của db4 và Kalman.

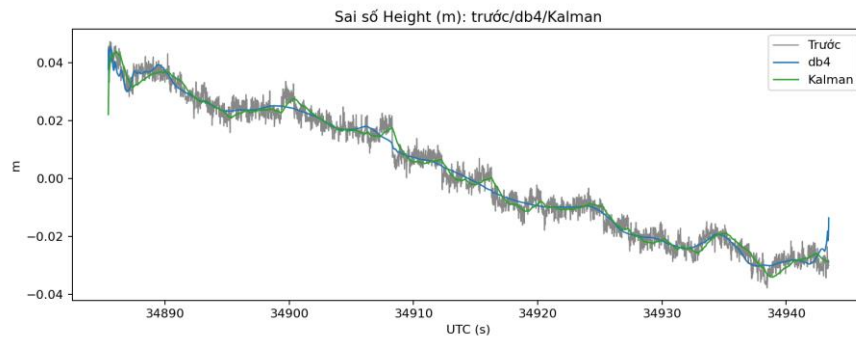
- Kinh độ (Lon): sai số gần như nhau (Hình 10).
- Độ cao (Height): db4 tốt hơn rất ít về RMSE/STD (~0,9÷1,0%) (Hình 11).

Kết quả so sánh các chỉ tiêu sai số như trình bày ở Bảng 1.

- Cụ thể :
- STD: db4 thấp hơn ~9,9% so với Kalman (Hình 12).
  - RMSE: db4 thấp hơn ~9,5% so với Kalman (Hình 13).



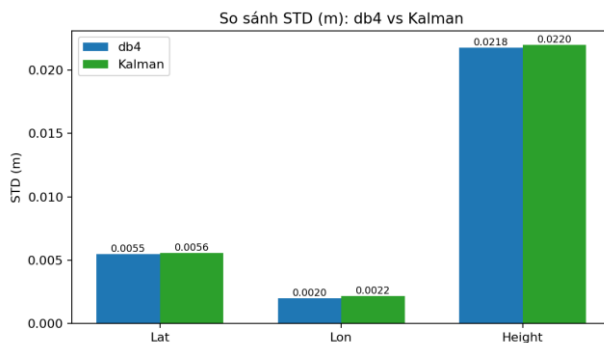
Hình 10. Biểu đồ so sánh sai số Lon của db4 và Kalman.



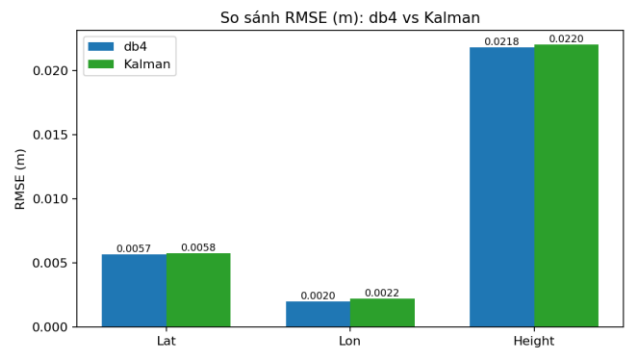
Hình 11. Biểu đồ so sánh sai số Height của db4 và Kalman.

Bảng 1. So sánh các chỉ tiêu sau lọc của db4 và Kalman (m).

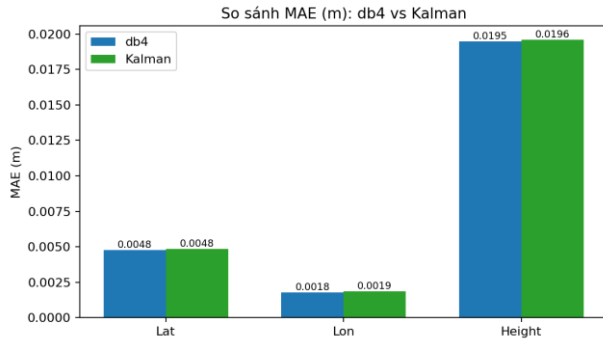
Biến	RMSE_db4	RMSE_Kalman	STD_db4	STD_Kalman	MAE_db4	MAE_Kalman	IQR_db4	IQR_Kalman
Lat	0,0057	0,0058	0,0055	0,0056	0,0048	0,0048	0,0102	0,0099
Lon	0,0020	0,0022	0,0020	0,0022	0,0018	0,0019	0,0038	0,0037
Height	0,0218	0,0220	0,0218	0,0220	0,0195	0,0196	0,0432	0,0427



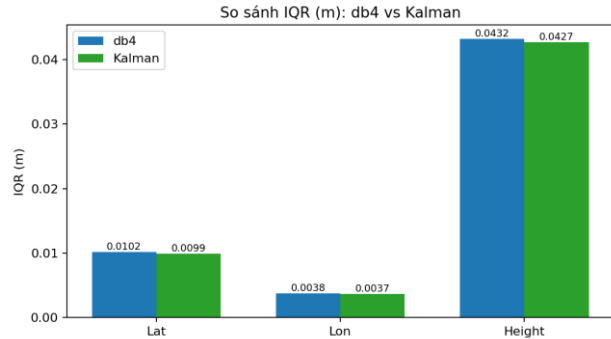
Hình 12. So sánh STD của db4 và Kalman.



Hình 13. So sánh RMSE của db4 và Kalman.



Hình 14. So sánh MAE của db4 và Kalman.



Hình 15. So sánh IQR của db4 và Kalman.

- MAE: tương đương nhau (Hình 14).
- IQR: Kalman thấp hơn ~3,4% (Hình 15).
- Nhận xét:
  - + Wavelet db4 giảm RMSE và STD tốt hơn Kalman, rõ nhất ở tọa độ Lon.
  - + Kalman cho IQR nhỏ hơn (phân bố gọn hơn), hữu ích giảm tín hiệu dị thường.
  - + Với dữ liệu đo có chất lượng cao, db4 tối ưu về độ chính xác tổng thể; Kalman phù hợp với dự đoán động học.

#### 4. Kết luận

- Phép lọc Wavelet với khả năng tách nhiễu, xử lý được cả miền thời gian lẫn tần số nên giảm nhiễu tốt cho các tín hiệu GNSS liên tục, đặc biệt với db4, có tác dụng rõ ràng khi hiệu quả khử nhiễu và giữ đặc trưng tín hiệu và có kết quả tốt với chuỗi GNSS liên tục tại Việt Nam.

- Tín hiệu sau khi lọc đều có sai số nhỏ hơn sai số của tín hiệu ban đầu.

- So với lọc Kalman, tín hiệu sau lọc của db4 đa phần tốt hơn về độ chính xác tọa độ nên tín hiệu có phần mượt hơn. Tuy nhiên về độ chính xác dự báo thì lọc Kalman lại trội hơn so với db4.

- Có thể kết hợp lọc Kalman với Wavelet để nâng cao hiệu quả lọc tín hiệu GNSS.

Kết quả nghiên cứu trong bài báo cho thấy hoàn toàn có thể áp dụng Wavelet để làm lọc dữ liệu GNSS tại Việt Nam. Tín hiệu sau lọc sẽ trơn hơn và có độ chính xác tốt hơn.

#### Đóng góp của tác giả

Phạm Quốc Khánh - phương pháp luận, phân tích dữ liệu, viết bản thảo bài báo, kiểm chứng, đánh giá và chỉnh sửa.

#### Tài liệu tham khảo

- Barthelmes, F., Ballani, L., Klees, R. (1994). On the application of wavelets in geodesy. *IAG Symposia*, 114, 394–403.
- Davide A. Cucci Lionel Voirol Gael Kermarrec Jean-Philippe Montillet Stephane Guerrie (2023). GMWMX for GNSS time series. *Journal of Geodesy*, 97(14). (Article 14)
- Dương, N. H., Nguyễn, M. T., Nguyễn, T. L., Nguyễn, T. H., & Nguyễn, T. D. (2024). Ứng dụng kết hợp lọc Wavelet tiền xử lý dữ liệu cho mạng GCN LSTM. *TNU Journal of Science and Technology – Đại học Thái Nguyên*, 229(6). Truy cập từ <http://jst.tnu.edu.vn>.
- Dương, Q. C. T., Nguyễn, H. H., Trương, Đ. A. K., & Hứa, G. K. (2024). Nghiên cứu áp dụng Continuous Wavelet Transform kết hợp thuật toán Marquardt. *Tạp chí Khoa học Đại học Cần Thơ*, 60(2), 65–74. <https://doi.org/10.22144/ctujos.2024.266>.
- Ghaderpour, E., Ince, E.S., Pagiatakis, S.D., (2018). Least-squares wavelet analysis and its applications in geodesy and geophysics. *Journal of Geodesy*, 92, 1223–1236. <https://doi.org/10.1007/s00190-018-1156-9>.
- Keller, W. (2004). *Wavelets in geodesy and geodynamics*. De Gruyter.
- Kumar, P., & Fofoula-Georgiou, E. (1997). Wavelet analysis for geophysical applications. *Reviews of Geophysics*, 35(4),

- 385–412. <https://doi.org/10.1029/97RG00427>.
- Li, D., Zhang, P., Zhao, J., Cheng, J., & Zhao, H. (2019). MP mitigation in GNSS positioning by GRU NNs and adaptive wavelet filtering. *IET Communications*, 13(17), 2756–2766. <https://doi.org/10.1049/iet-com.2018.5792>.
- Nguyễn, V. K., Huỳnh, T. H., & Nguyễn, H. D. (2019). Loại thích nghi tín hiệu điện não dựa trên Wavelet. *Tạp chí Khoa học Trường Đại học Cần Thơ*, 55(4), 21–30. <https://doi.org/10.22144/ctu.jvn.2019.092>.
- Tao, Y., Liu, C., Liu, C., Zhao, X., Wu, H. (2021). Empirical wavelet transform method for GNSS coordinate series denoising. *Journal of Geovisualization & Spatial Analysis*, 5(1), Article 7. <https://doi.org/10.1007/s41651-021-00078-7>.
- Trần, T. H. (2017). Ứng dụng wavelet để chiết xuất điểm đặc trưng phục vụ đồng đăng ký ảnh SAR. *Tạp chí Khoa học Đo đạc và Bản đồ*, (33), 30–34. <https://doi.org/10.54491/jgac.2017.33.227>.
- Wang, W., Guo, M., & Chen, J. B. (2014). A new narrowband interference mitigation algorithm based on adaptive wavelet packet decomposition. In *Proceedings of the 2014 International Conference on Mechatronics and Control (IMCCC)* (pp. 6–11). <https://doi.org/10.1109/IMCCC.2014.10>.
- Wapenaar, K., Ghose, R., Toxopeus, G. and Fokkema, J. (2005). Wavelet transform as a tool for geophysical data integration. *Integrated Computer Aided Engineering*, 12(1), 1–15. <https://doi.org/10.3233/ICA-2005-12102>.
- David A. Yuen, Alain P. Vincent, Motoyuki Kido, Luděk Vecsey (2002). Geophysical applications of multidimensional filtering with wavelets. *Pure and Applied Geophysics*, 159, 2309–2385.
- Yusri, M. S. (2021). Characterization of DWT as denoising method for  $\varphi$ -OTDR signal. *International Journal of Nanoelectronics and Materials*, 14(Special Issue), 333–340.
- Zhong, P., Ding, X.L., Zheng, D.W., Chen, W., Huang, D.F. (2008). Adaptive wavelet transform based on cross-validation method and its application to GPS multipath mitigation. *GPS Solutions*, 12(2), 109–117.
- Zulficar, A., & Farooq, S. Z. (2023). Multipath mitigation for single frequency stand-alone receivers using wavelet denoising. In *2023 International Conference on Advances in Computing, Communication and Applied Sciences (ICACS)* (pp. 6–11). IEEE. <https://doi.org/10.1109/ICACS55311.2023.10089676>.